Jesteśmy w Centrum Mistrzostwa Informatycznego

Zabłocone miasto — Minimalne drzewa rozpinające Problem Komiwojażera i oszczędnego burmistrza

CS UNPLUGGED
Computer Science without a computer

Joanna Brzozowska

- Cel: Zapoznanie się z podstawowymi problemami programisty
- Uczeń:
  - dowie się w jaki sposób można użyć komputery do znalezienia najlepszych rozwiązań realnych problemów życia społecznego (np. efektywnego łączenia linii energetycznych)
  - pozna pojęcie grafu i minimalnego drzewa rozpinającego

WPROWADZENIE

- Nasze życie związane jest z funkcjonowaniem wielu sieci:
  - telefonicznych
  - energetycznych
  - komputerowych
  - internetowych
  - drogowych…
- W przypadku każdej z nich, zanim zostanie zbudowana, pojawia się pytanie o sposób jej rozmieszczenia.
- Sposób powinien być możliwie efektywny.

Problem zabłoconego miasta

- Dawno, dawno temu w pewnym mieście nie było żadnej utwardzonej drogi.

PROBLEM ZABŁOCONEGO MIASTA

- Poruszanie się po nim było szczególnie trudne po ulewach.
- Drogi opływały błotem, w którym z łatwością grzęzły samochody.
- Nietrudno wyobrazić sobie, jak brudne były buty mieszkańców.

PROBLEM ZABŁOCONEGO MIASTA

- Burmistrz w końcu zadecydował, że część ulic musi być utwardzona (wybrukowana), ale nie chciał wydać na ten cel więcej pieniędzy niż to było konieczne.
- Chciał bowiem wybudować w mieście również basen.

PROBLEM ZABŁOCONEGO MIASTA

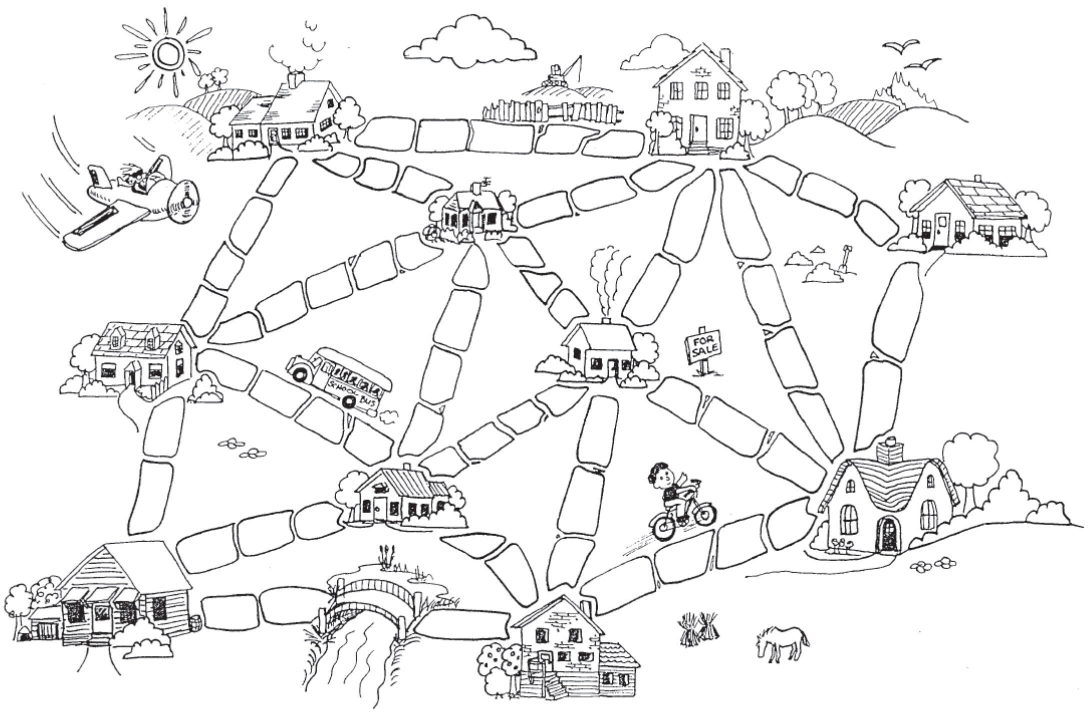
- Burmistrz określił zatem dwa warunki:

I. Z każdego domu do każdego innego domu musi prowadzić utwardzona droga (niekoniecznie najkrótsza z możliwych).

II. Koszt utwardzenia ulic powinien być najmniejszy z możliwych.

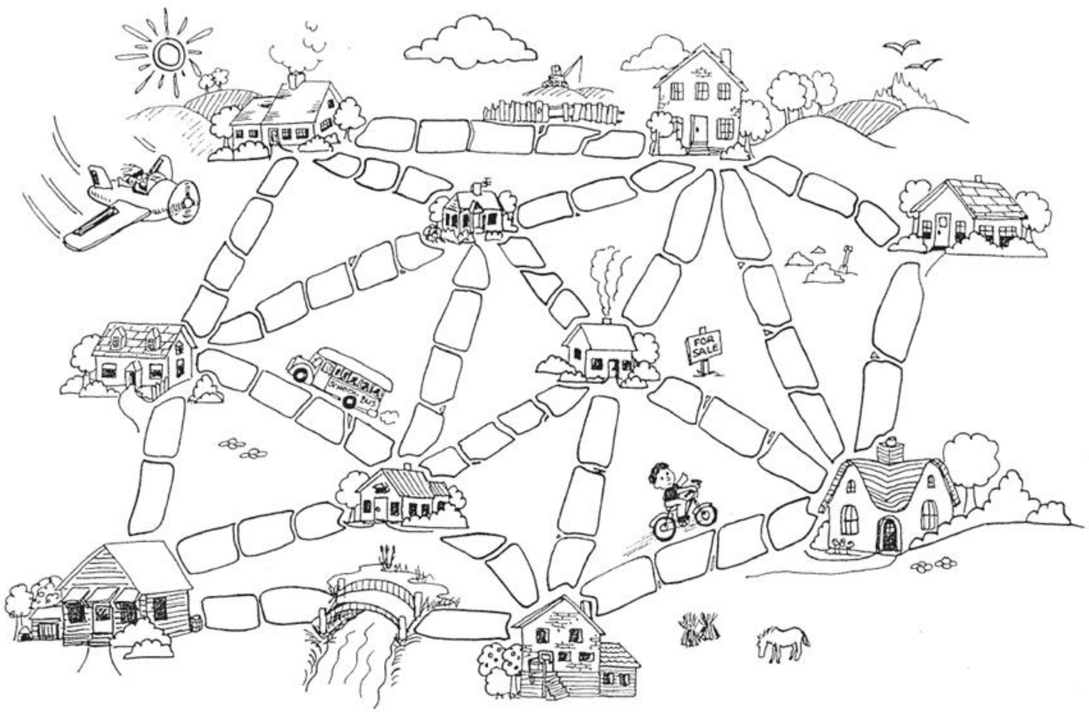
Problem zabłoconego miasta

- Liczba kamieni (brukowców) umieszczonych między poszczególnymi domami określa koszt utwardzenia tej drogi.



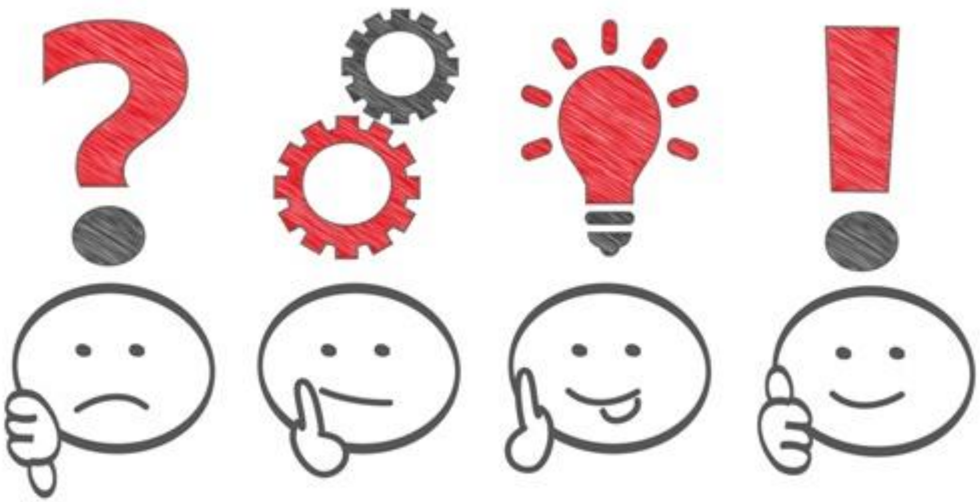
Wyzwanie

1. Znajdź możliwie najlepszy sposób połączenia domów utwardzoną drogą.
2. Określ jego koszt.



DYSKUSJA

- Jaką strategię można wykorzystać do rozwiązania tego zadania?

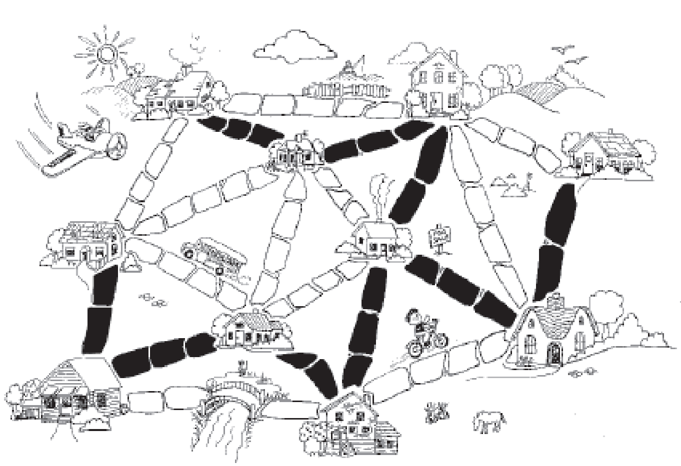


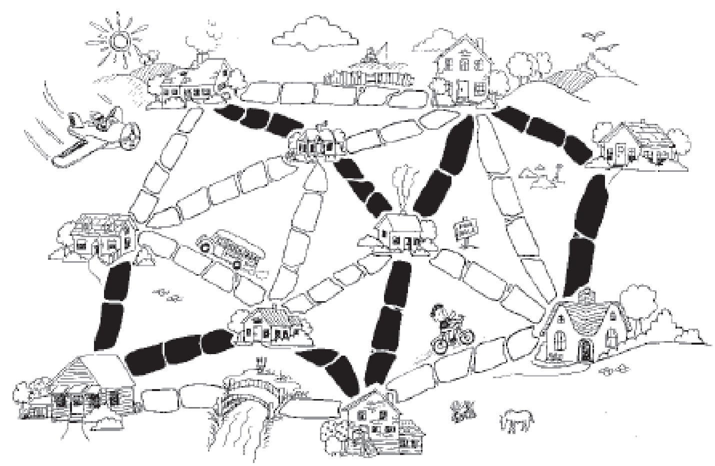
Dyskusja

Strategia 1

- wybieramy kolejno drogi między domami zaczynając od najkrótszych
- pomijamy te drogi, które nie łączą nowych domów.

- Istnienie różnych rozwiązań wynika z innego porządku wyboru dróg tej samej długości.
- Dwa rozwiązania



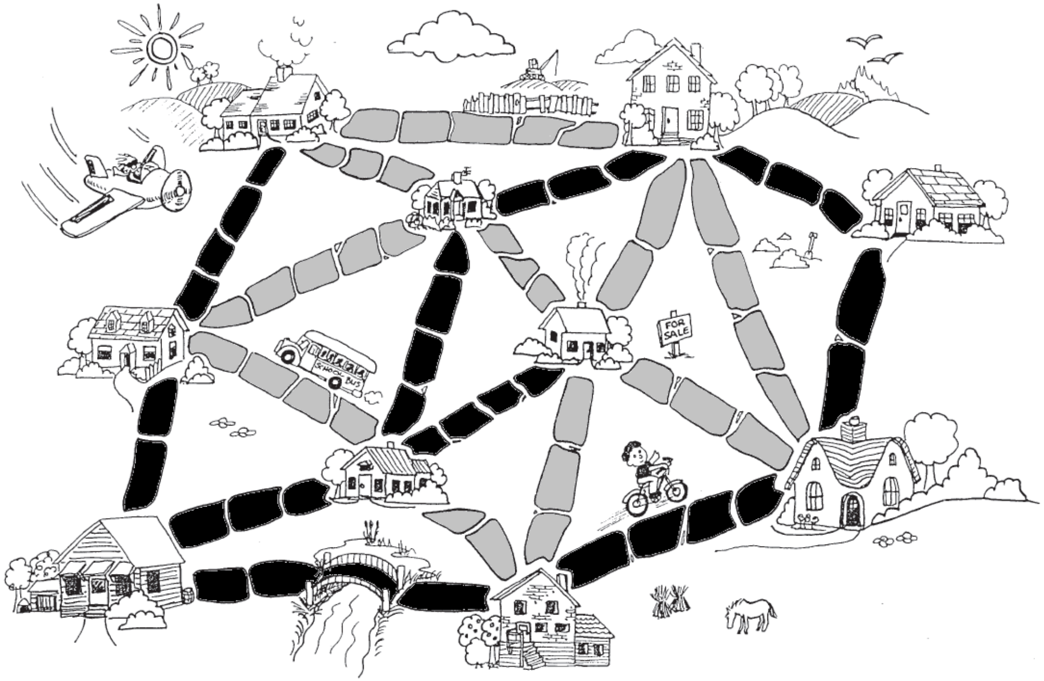


Dyskusja

Strategia 2

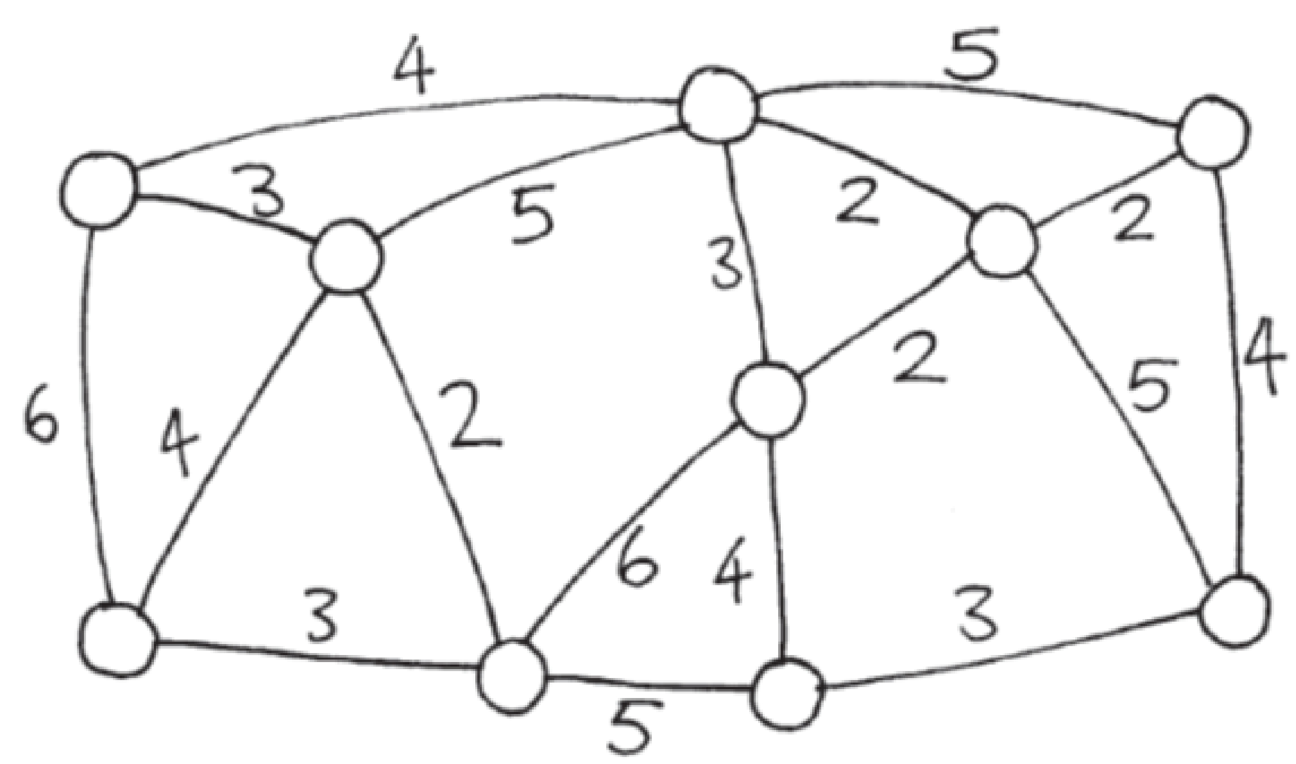
- zaznaczamy wszystkie drogi
- odrzucamy jedną za drugą te drogi, które nie są potrzebne

- Wymaga ona jednak zwykle większego wysiłku



PROGRAMOWANIE - GRAFY

- Domy przedstawione są jako okręgi, drogi jako linie. Długość drogi opisana jest liczbą.
- Informatycy i matematycy często używają tego rodzaju diagramów do zilustrowania podobnych problemów.
- Nazywają je grafami.
- Uwaga: Nie ma konieczności zachowania skali podczas rysowania krawędzi grafu.

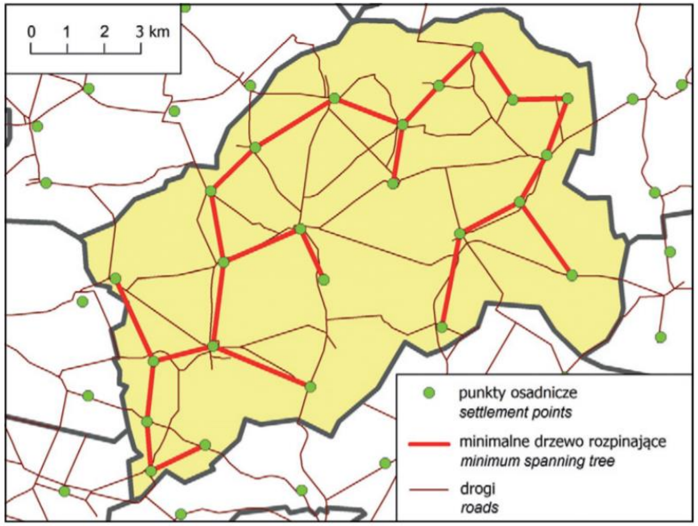

4
5
3
5
2
3
2
6
4
2
2
5
4
6
4
3
3
5

Dyskusja

- Ile dróg łączących dwa miasta, jest konieczna ale i wystarczająca?
- W jaki sposób zależy ona od liczby wszystkich miast?

Ile dróg (połączeń) potrzeba, jeśli w mieście jest n domów?

- Optymalne rozwiązanie zawiera zawsze n–1 połączeń, ponieważ taka liczba zawsze pozwoli na połączenie n domów.
- Dodanie jednego spowodowałoby stworzenie niepotrzebnej alternatywnej drogi między domami.

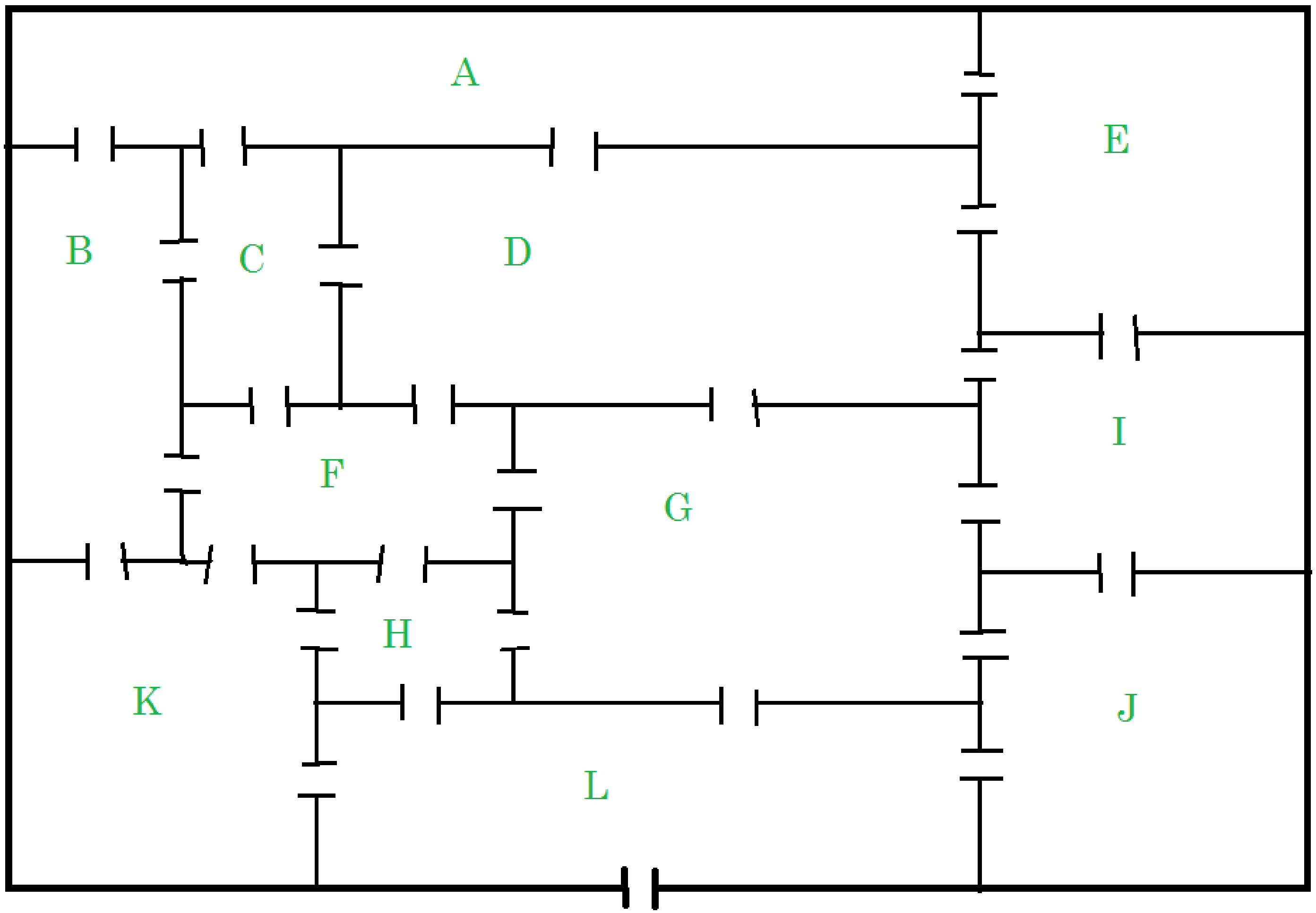


Wiedza programisty

- Zadanie zaprojektowania sieci o najkrótszej możliwej długości nazywa się w teorii grafów problemem minimalnego drzewa rozpinającego.
- Istnieją efektywne metody (algorytmy) wyznaczania minimalnego drzewa rozpinającego.
- Jedna z metod polega na tym, że rozpoczynamy bez żadnego z połączeń i dodajemy je zaczynając od najkrótszych, przy czym dodajemy tylko te, które łączą nowe elementy sieci, wcześniej jeszcze niepołączone.
- Nazywana jest algorytmem Kruskala (J. B. Kruskal opublikował ją w roku 1956).

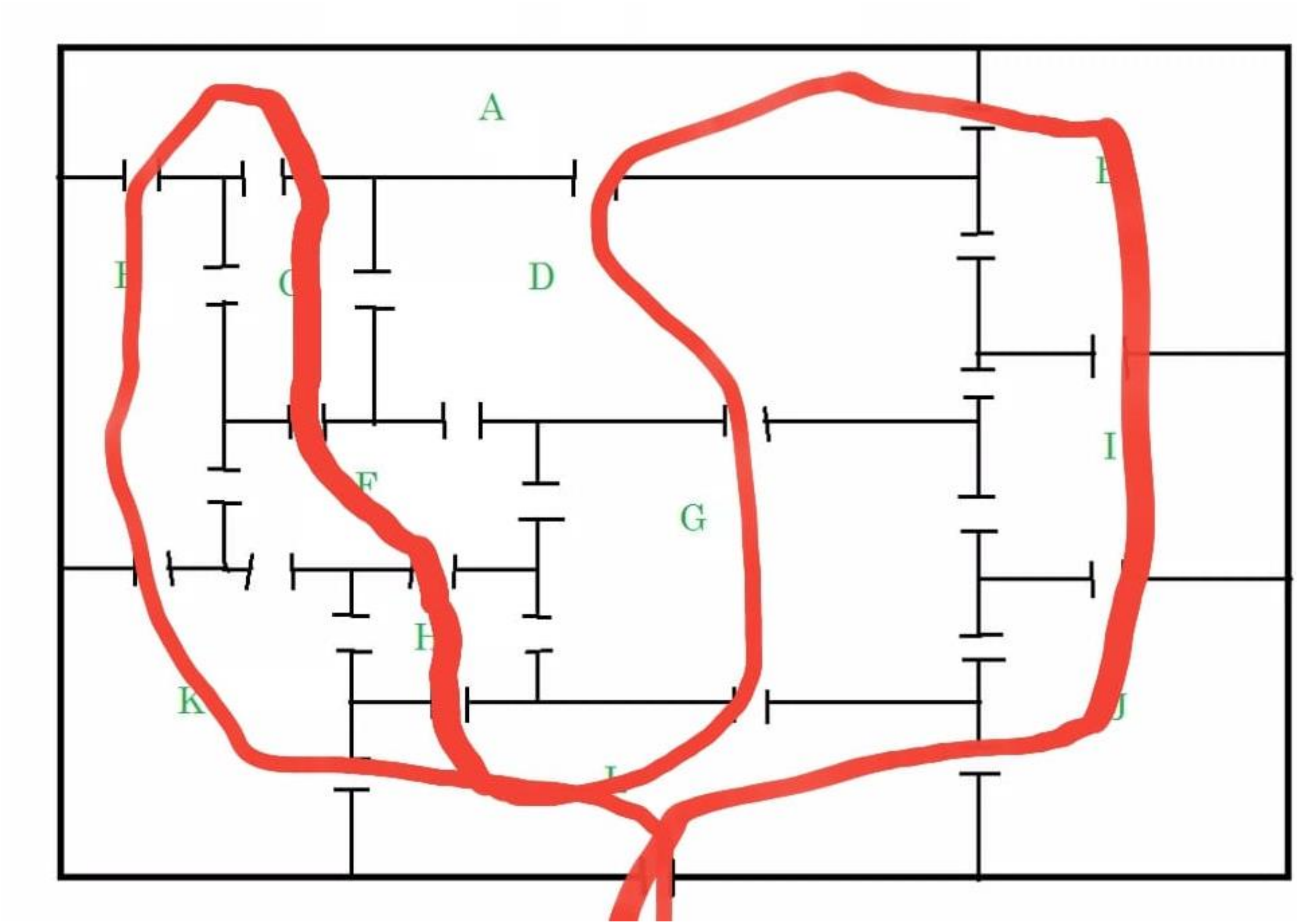
Wyzwanie

Poniżej przedstawiony jest plan pewnego lokalu. Zadanie polega na zaplanowaniu spaceru po tym lokalu, tak, by przejść dokładnie raz przez każde drzwi, (nie wliczając drzwi wejściowych). Pomieszczenia można odwiedzać więcej niż raz. Od którego pokoju należy zacząć spacer i na którym pokoju zakończyć?



Cykl Eulera

- Krańcowe pomieszczenia to E i J.
- Cykl Eulera jest możliwy tylko w dwóch wypadkach
  1. Gdy graph ma tylko wierzchołki z parzystą liczbą krawędzi (droga prosta zamknięta)
  2. Gdy graph ma DOKŁADNIE 2 wierzchołki z NIEparzystą liczbą krawędzi (droga prosta)
- W obrazku tylko pomieszczenia E i J mają nieparzystą liczbę krawędzi (drzwi) więc możliwe jest przeprowadzenie ścieżki od jednego do drugiego.


A
D
G
I
K
J